

Meten en meetkunde in de bovenbouw

Tussendoelen Annex Leerlijnen



Noordhoff Uitgevers

TAL-team

met
website



Meten en meetkunde in de bovenbouw





Meten en meetkunde in de bovenbouw

**Tussendoelen Annex Leerlijnen
Bovenbouw Basisschool**

Koeno Gravemeijer

Nisa Figueiredo

Els Feijs

Frans van Galen

Ronald Keijzer

Fokke Munk

TAL-project

Freudenthal Instituut, Universiteit Utrecht

Noordhoff Uitgevers Groningen



Ontwerp omslag: Lynck + Zoon, Groningen
Omslagillustratie: Els Feijs
Secretariële ondersteuning: Liesbeth Walther
Illustraties p. 113: ANP/Olaf Kraak

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Hoger Onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen, e-mail: info@noordhoff.nl

Aan de totstandkoming van deze uitgave is de uiterste zorg besteed. Voor informatie die desondanks onvolledig of onjuist is opgenomen, aanvaardden auteur(s), redactie en uitgever geen aansprakelijkheid. Voor eventuele verbeteringen van de opgenomen gegevens houden zij zich aanbevolen.

2 3 4 5 / 11

© 2007 Noordhoff Uitgevers bv Groningen/Houten, The Netherlands.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Reprorecht (postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.reprorecht.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.stichting-pro.nl).

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

ISBN (ebook) 978 90 01 84980 1

ISBN 978 90 01 85108 8

NUR 123



Inhoud

	Woord vooraf	7
1	Inleiding en overzicht	9
2	Domeinbeschrijving meten	15
3	Beknopte leerlijnen en tussendoelen meten	65
4	Het domein van de meetkunde	77
5	Leerlijnen binnen de meetkunde	115
6	Leerdoelen meetkunde	183
7	Grafieken	187



Woord vooraf

Dit boek is de vijfde en laatste publicatie in de reeks van het project ‘Tussendoelen Annex Leerlijnen’. Dit TAL-project is geïnitieerd door het ministerie van OCW en heeft als doel een bijdrage te leveren aan het verbeteren van de kwaliteit van het reken-wiskundeonderwijs door zicht te geven op onderwijsdoelen en leerlijnen, en op de samenhang daartussen.

In dit boek staan het meten en de meetkunde in de bovenbouw van het basisonderwijs centraal. Het zijn belangrijke onderwerpen die in het onderwijs en in de methoden misschien niet altijd de plaats krijgen die ze verdienen. Je kunt zeggen dat meten en meetkunde als het ware de brug vormen tussen de alledaagse werkelijkheid en de wiskunde. Meten heeft betrekking op het kwantificeren van verschijnselen; het maakt deze verschijnselen daarmee toegankelijk voor het rekenen. Meetkunde legt de basis voor het greep krijgen op de ruimtelijke aspecten van de werkelijkheid.

Meten en meetkunde zijn ook lastige onderwerpen. Uit het periodiek peilingsonderzoek van het Cito (PPON) blijkt dat veel leerlingen zwak presteren op het onderdeel meten. Een valkuil voor leerkrachten is dat het systeem van de maten zo helder lijkt: we kunnen overstappen van de ene maat op een andere via een beperkte set omrekenregels. Deze helderheid van het systeem is echter het product van een eeuwenlange ontwikkeling: de tijd van duimen en ellen bijvoorbeeld ligt nog niet zo erg lang achter ons. Ook bij leerlingen duurt het even voordat ze het systeem volledig doorzien. Dat doorzien van het systeem zou centraal moeten staan, want puur het leren van rekenregeltjes leidt tot schijnresultaten, waar een kind voor de langere termijn weinig aan heeft.

Meetkunde is misschien vooral voor de leraar een lastig onderwerp. Er is een groot scala van deelonderwerpen, waarbij het eigenlijk niet goed mogelijk is om tot een lineaire ordening voor het hele gebied te komen. Althans, zo betogen we in dit boek: voor de ene volgorde van



deelonderwerpen zijn vaak even goede argumenten aan te dragen als voor een andere. Dit maakt het voor leraren moeilijk om overzicht te krijgen en dat maakt het weer lastig om leerlingen te begeleiden bij het ontwikkelen van inzicht. In plaats van een lineaire ordening die al het meetkundeonderwijs omvat, zijn echter wel lokale ordeningen mogelijk. We illustreren dit in het boek met enkele voorbeelden. Verder proberen we leerkrachten te ondersteunen door te beschrijven om welke inzichten het gaat binnen dat domein van de meetkunde.

Het woord ‘bovenbouw’ in de titel moet ruim worden opgevat. Het boek biedt een vervolg op ‘Jonge kinderen leren meten en meetkunde’ dat het onderwijs voor de groepen 1 en 2, respectievelijk 3 en 4 beschreef.

Aan de totstandkoming van dit boek is een proces voorafgegaan van experimenteren en discussiëren. We willen hier met name de leerkrachten bedanken die aan dit proces hebben bijgedragen. In ieder geval gaat onze dank uit naar Anneke van Vliet, Bente Schroot, Carlijn Bergmans, Christel Swen, Claar Rekers, Cleo Blenk, Corinne Huiskamp, Els Jasperse, Francis Hermsen, Gerda Veldhuizen, Janny Maas-Kamphof, Karin Kruidenier, Lia Oosterwaal, Mieke Brandenburg en Wouter Sluitman. Verder willen we iedereen bedanken die advies of commentaar heeft geleverd. Ten slotte bedanken we Jan de Lange voor zijn inbreng in enkele conceptversies.

We hopen dat deze beschrijving van de deelgebieden meten en meetkunde niet alleen steun biedt, maar ook een inspiratiebron is voor iedereen die bij het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool betrokken is.

Koeno Gravemeijer
Projectleider TAL-team
Utrecht, december 2006

Website

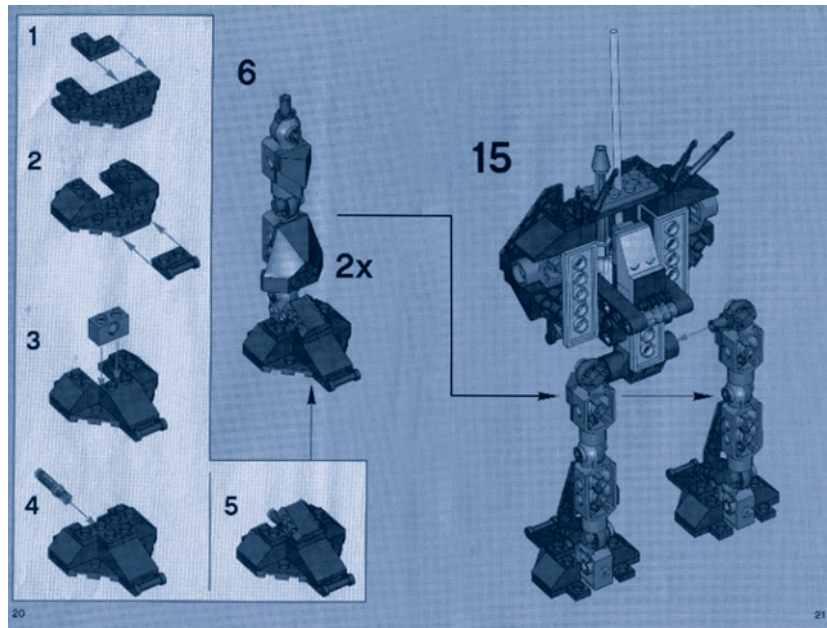
In dit boek wordt regelmatig verwezen naar lessen die binnen het TAL-project ontworpen werden en die zijn uitgetoetst op de proefscholen. Op de website www.tal.noordhoff.nl zijn hiervan lesbeschrijvingen, lesverslagen en videofragmenten te vinden.



Inleiding en overzicht

1

Rekenen, meten en meetkunde zijn nauw met elkaar verweven. Je kunt zeggen dat meten en meetkunde als het ware de brug vormen tussen de alledaagse werkelijkheid aan de ene kant en de wiskunde aan de andere kant. Meten is wat we doen als we verschijnselen in de werkelijkheid kwantificeren, dat wil zeggen dat we er getallen aan toekennen om zo greep te krijgen op de werkelijkheid. Met die getallen kunnen we rekenen, vergelijkingen maken en voorspellingen doen. Hoeveel we ergens voor nodig hebben bijvoorbeeld, of hoe lang iets gaat duren, of wat het gaat kosten. Meetkunde legt de basis voor het greep krijgen op de ruimtelijke aspecten van de werkelijkheid. Meetkundige kennis gebruiken we onbewust, zoals bij het plannen van een route, het inrichten van een kamer, of het interpreteren van een werktekening.





In het meetkundeonderwijs proberen we deze informele kennis uit te breiden en te verdiepen.

Bij de beschrijving van de ‘wiskundige geletterdheid’ en ‘gecijferdheid’ die leerlingen moeten ontwikkelen volgens de kerndoelen, worden rekenen, meten en meetkunde in één adem genoemd. Het gaat om:

“samenhangend inzicht in getallen, maatzicht en ruimtelijk inzicht, een repertoire van parate kennis, belangrijke referentiegetallen en -maten, karakteristieke voorbeelden en toepassingen en routine in rekenen, meten en meetkunde.” (Kerndoelen, d.d. mei 2006, blz. 37).

De samenhang in de kennis die leerlingen moeten ontwikkelen is essentieel. Toch laten meten en meetkunde zich ook beschrijven als aparte deelonderwerpen binnen het terrein van rekenen-wiskunde. In dit boek komt dan ook eerst het meten in de bovenbouw aan de orde en daarna de meetkunde. We besteden daarnaast in een apart hoofdstuk aandacht aan grafieken. Grafieken hebben namelijk zowel te maken met meetkunde als met meten. Ze hebben een duidelijk meetkundig karakter, maar zijn tegelijkertijd belangrijk gereedschap voor het weergeven van meetresultaten. We zien grafieken echter vooral als een aanvulling op de onderdelen meten en meetkunde, waar dit boek over gaat. We beschrijven daarom geen expliciete leerlijnen of tussendoelen voor dit onderdeel.

Meten en meetkunde zijn onderwerpen die in het onderwijs niet altijd de belangrijke plaats krijgen die ze verdienen. Men kan zich bijvoorbeeld afvragen of er wel voldoende aandacht is voor het meten, en of die aandacht wel op de juiste zaken is gericht. Gegevens uit het periodiek peilingsonderzoek (PPON) van het Cito laten zien dat deze onderdelen door leerlingen vaak maar matig worden beheerst, ondanks het feit dat iedereen overtuigd is van het praktisch belang van meten. Er is vrijwel geen beroep waarin meten, of het interpreteren van door meten verkregen gegevens, niet een belangrijke rol speelt. Dat laatste geldt ook in toenemende mate voor de gemiddelde burger. Meetkunde lijdt onder het feit dat leraren het vaak zien als een onderwerp dat niet tot de kern hoort. Terwijl de idee van ‘wiskundige



geletterdheid' en 'gecijferdheid' juist aangeeft dat ook meetkunde een volwaardig en belangrijk onderdeel van het vak is. Toch zijn veel leerkrachten geneigd om rekenen belangrijker te vinden. We gaan in dit boek daarom uitvoerig in op de waarde van de meetkunde, en maken daarbij onderscheid tussen praktische en vormende waarde, voorbereidende en intrinsieke waarde.

Metten

Metten karakteriseren we in dit boek als 'greep krijgen op de werkelijkheid'. We werken dat uit in hoofdstuk 2. Metten hangt samen met onze behoefte om de werkelijkheid te vangen in getallen en met de mogelijkheden die dat biedt. We spreken in dit verband van het wiskundig organiseren van de werkelijkheid. Een onderdeel daarvan is het ontwikkelen van wiskundig gereedschap. Tot dit gereedschap rekenen we ons systeem van maten en formules. Aan dit systeem liggen verschillende wiskundige vondsten ten grondslag. We achten het essentieel om deze vondsten expliciet te maken en om de leerlingen het belang van deze vondsten te laten ervaren. Daarmee hopen we dat de leerlingen meer greep krijgen op het geheel, zodat ze uiteindelijk de relaties binnen het systeem zelf kunnen reconstrueren. In plaats van ze regelmatigheiden en regels uit het hoofd te laten leren willen we de leerlingen laten inzien hoe ze relaties tussen verschillende maten kunnen beredeneren. Hiervoor moeten ze de betekenis kennen van voorvoegsels als 'centi' en 'kilo', en zich een voorstelling van de verschillende maten kunnen maken. Daarbij zouden ze een beroep moeten kunnen doen op maatkennis die bestaat uit referentiepunten in de werkelijkheid. Een bekend voorbeeld in dit verband is het besef dat een deur in het algemeen zo'n twee meter hoog is.

Deze uitgangspunten worden verder uiteengezet in hoofdstuk 3, waarin ook een karakterisering van het meetonderwijs wordt gegeven. Het idee om metten en de ontwikkeling van het metriek stelsel te zien als wiskundig organiseren en het ontwikkelen van wiskundig gereedschap, wordt achtereenvolgens uitgewerkt voor lengte, oppervlakte en inhoud. Voorafgaand daaraan wordt aandacht besteed aan de voorvoegsels waarmee een willekeurige metrieke eenheid is uit te breiden tot een



serie maten met een welhaast onbeperkt bereik. De uiteenzettingen over lengte, oppervlakte en inhoud worden afgesloten met een toelichting op betekenis en relaties. Hierin wordt nog eens aandacht besteed aan de beoogde samenhang en de aard van de kennis die de leerlingen zouden moeten ontwikkelen. Vervolgens richten we ons op gewicht, tijd, snelheid en andere grootheden. In deze uitwerkingen wordt in feite de rationale en de achterliggende structuur van de leerlijnen meten geschetst. In hoofdstuk 3 geven we nog een beknopte samenvatting van deze leerlijnen en voegen daar een beschrijving van de tussendoelen aan toe.

Meetkunde

We beginnen de beschrijving van het domein van de meetkunde met een korte typering in hoofdstuk 4. Meetkunde typeren we daar als greep krijgen op de ruimte, ook wel aangeduid als het mathematiseren van de ruimte. Ook hier kunnen we dus spreken van wiskundig organiseren. Deze korte typering wordt gevolgd door een beschrijving van uitgangspunten, legitimering en karakterisering. In dit hoofdstuk wordt ingegaan op de eerder genoemde praktische en vormende waarde, de voorbereidende waarde en de intrinsieke waarde. In de karakterisering gaan we in op het onderzoeksmatige karakter, de niveaoverschillen en de consequenties die dit heeft voor de opbouw. Daarna komt de inhoud van de meetkunde in de bovenbouw aan de orde. In de onderbouw ligt het accent nog sterk op de activiteiten van de leerlingen, in de bovenbouw verschuift het accent naar verklaren en redeneren. In samenhang daarmee kiezen we ook voor een andere indeling dan in de onderbouw. In plaats van een indeling naar typen activiteiten kiezen we nu een indeling die zich meer richt op de opbrengsten van het meetkundeonderwijs. Zo komen we tot drie terreinen: oriëntatie in de ruimte, vlakke en ruimtelijke figuren, en visualiseren en representeren. Bij het eerste terrein gaat het om het bepalen van een positie (lokaliseren), het beredeneren van wat je vanuit een bepaald standpunt kunt zien, en het bewegen in de ruimte en het beschrijven daarvan (navigeren). Het bepalen van een positie leidt al snel tot een verkenning van kaarten en alles wat daarmee samenhangt. Het beredeneren van wat je vanuit een



bepaald standpunt kunt zien vormt het startpunt voor ‘kijkmeetkunde’. Met kijklijnen als een krachtig instrument voor het beredeneren van wat je wel of niet kunt zien, of om te bepalen hoe ver schaduwen reiken. Het navigeren, oftewel het bewegen in de ruimte, vraagt meetkundige beschrijvingsmiddelen die betrekking hebben op richting en richtingsverandering. Van belang is hier het onderscheid tussen een relatief beschrijvingskader dat uitgaat van een voertuig of een persoon, waarbij de neus samenvalt met recht vooruit, en een absoluut referentiekader zoals de windrichtingen die onafhankelijk zijn van de persoon of het voertuig in kwestie.

Meetkunde is een breed en complex gebied. Het leren steunt vooral op het opdoen van ervaringen en het daarop reflecteren. Daarbij manifesteren zich, zoals te verwachten is, verschillen tussen leerlingen. Het reflecteren op ervaringen levert hier meer op dan gerichte instructie, dus moeten leerlingen herhaalde mogelijkheden krijgen om inzichten op te doen.

Meetkunde leent zich daarmee minder goed voor een a priori planning en uitlijning. Er is wel lokale uitlijning mogelijk – aan de hand van een rijke activiteit kunnen we aangeven welke meetkundige inzichten daarin ontwikkeld kunnen worden, waar deze op voortbouwen en hoe het vervolg eruit kan zien.

De leerlijnbeschrijvingen hebben voor meetkunde daarom een heel ander karakter dan die voor meten. Voor meetkunde hebben we gekozen voor leerlijnbeschrijvingen die aansluiten op drie voorbeeldactiviteiten die uitgaan van de drie terreinen ‘oriëntatie in de ruimte’, ‘vlakke en ruimtelijke figuren’ en ‘visualiseren en representeren’ (hoofdstuk 5). Na een beschrijving van de activiteit zelf laten we zien hoe deze activiteit in een leerlijn kan worden geplaatst en hoe deze leerlijn eruit ziet. Of beter gezegd, eruit kan zien. Juist bij zo’n rijk gebied als meetkunde zijn immers verschillen in accenten en volgorden mogelijk. Waar het om gaat, is de inhoudelijke analyse en de samenhang tussen de verschillende concepten, inzichten en technieken. Dit lijkt ons essentieel voor het meetkundeonderwijs, het doordenken van de grote lijn waar een activiteit in past: Wat speelt er allemaal bij deze activiteit? Wat gaat eraan vooraf? Wat kan er volgen? De antwoorden op deze vragen bieden steun bij het uitvoeren van de activiteit, ze geven inzicht in de



steun die je leerlingen kunt bieden en ze geven aan waar de leerlingen op zouden kunnen reflecteren.

De doelen voor meetkunde worden op een rij gezet in hoofdstuk 6, waarbij we nogmaals de indeling in de drie terreinen ‘oriëntatie in de ruimte’, ‘vlakke en ruimtelijke figuren’ en ‘visualiseren en representeren’, aanhouden.

Grafieken

Het boek wordt afgesloten met een hoofdstuk over grafieken (hoofdstuk 7). Het kunnen interpreteren van grafieken wordt een steeds belangrijker onderdeel van wiskundige geletterdheid. De toenemende informatisering van de maatschappij leidt ertoe dat we steeds meer kwantitatieve informatie moeten verwerken. Grafieken bieden een compacte vorm voor het representeren van kwantitatieve informatie. In hoofdstuk 7 gaan we in op de verschillende typen grafieken, zoals staafgrafieken, cirkeldiagrammen en lijngrafieken. Verder bespreken we belangrijke kenmerken, conventies en mogelijke valkuilen. Het didactisch uitgangspunt daarbij is, dat het zelf maken van grafieken de leerlingen kan helpen om conventies en valkuilen te leren begrijpen. Daarmee komen we weer uit op de principes die een rode draad vormen in het onderwijs zoals in dit boek beschreven: onderzoeken, redeneren, construeren en begrijpen.