

BASISVAARDIGHEDEN

Rekenen

Slaag voor
de rekentoets

PABO

Derde druk



Noordhoff Uitgevers

Basisvaardigheden rekenen voor de pabo



Basis- vaardigheden rekenen

voor de pabo

Ed de Moor

Willem Uittenbogaard

Sieb Kemme eindredactie

Ontwerp omslag: G2K Designers Groningen/Amsterdam

Omslagillustratie: iStockPhoto

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Hoger Onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen, e-mail: info@noordhoff.nl

0 / 13

Deze uitgave is gedrukt op FSC-papier.

© 2013 Noordhoff Uitgevers bv Groningen/Houten, The Netherlands.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Reprorecht (postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.reprorecht.nl). Voor het overnemen van gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.stichting-pro.nl).

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording, or otherwise, without the prior written permission of the publisher.

ISBN (ebook) 978-90-01-84349-6

ISBN 978-90-01-82297-2

NUR 123

Voorwoord

Dit is géén boek over rekendidactiek of theoretische rekenkunde, maar een *oefenboek* voor (aankomende) eerstejaarsstudenten (in deeltijd- of voltijdstudie) aan de pabo, die de kernzaken van het rekenen op de basisschool willen ophalen. Het is ook bedoeld voor studenten, die zich via de zogenoemde zij-instroom of via het mbo bij de pabo aanmelden. En natuurlijk ook voor iedereen die rechtstreeks of zijdelings betrokken zijn bij het basisonderwijs (ouders, onderwijsassistenten, hulpouders, schoolbestuurders en schoolbegeleiders) en die zich willen verdiepen in het vakgebied rekenen/wiskunde voor de basisschool.

In dit boek proberen we een brug te slaan tussen de traditionele en de moderne rekendidactiek.

Aan het begin en zeker aan het eind van het eerste studiejaar op de Pabo moeten alle studenten aan de eisen van een entreetoets voldoen. Voorbeelden van deze toetsen zijn te vinden op de pabo's zelf en ook op de websites van veel pabo's. De hoofdstukindeling van het boek komt overeen met de landelijk gekozen onderwerpen van de entreetoets. Zo kun je je gedegen op deze toets voorbereiden.

Dit is een boek voor zelfstudie. Je kunt beginnen met het maken van de instaptoets. Die vind je op de website www.pabowijzer.nl. Met deze instaptoets kun je vooraf bij jezelf nagaan in hoeverre je de stof al beheerst. De toets heeft dezelfde hoofdstukopbouw als het boek. Aan het eind van de toets krijg je per hoofdstuk een overzicht van je prestaties. Zo kun je snel zien aan welke onderdelen je extra aandacht moet besteden.

In het boek vind je vervolgens op de linkerpagina steeds een korte introductie en uitleg over het betreffende onderdeel en op de rechterpagina de bijbehorende oefenvraagstukken. Elke rechterpagina eindigt met opgaven met een meer puzzelachtig karakter waardoor je wat dieper over de stof gaat nadenken. De kale antwoorden vind je in het boek.

Op de website staan nog extra oefeningen. Ook de volledige uitwerkingen van de oefeningen vind je op de website. Met deze uitwerkingen maak je meteen kennis met de manier van denken en werken bij rekenen en wiskunde, op de pabo.

Met dank aan Harmen Timmer, Else Starkenburg en Bernadette Kruijver voor het maken van de opgaven op de website.

Bij de derde druk

Met de derde druk is de hoofdstukindeling aangepast aan de indeling in de vier domeinen van de rekentoets. Dit maakt een nog zorgvuldiger voorbereiding op de toets mogelijk. Daarnaast zijn op verzoek van gebruikers een aantal onderwerpen toegevoegd die strikt genomen niet getoetst zullen worden, maar die wel de mogelijkheid tot verdieping bieden en zo een aansluiting naar het vervolgonderwijs in de hogere leerjaren vergemakkelijken.

Het gaat hierbij om de volgende onderwerpen:

- Negatieve getallen (1.3)
- Machten en wortels (1.5)
- Grote en kleine getallen (1.6)
- Rekenen met negatieve getallen (2.4)
- Pas op met procenten (8.4)
- Overige grootheden (9.6)
- Formules voor oppervlakte en omtrek (10.5)
- Formules voor inhoud (10.6)
- Eenvoudige vergelijkingen (T4)
- Vergelijkingen met twee onbekenden (T5)

Daarnaast is een extra paragraaf Doordenkers opgenomen. Deze biedt de mogelijkheid om op een uitdagende manier te oefenen met probleemoplossende strategieën.

Wij hopen dat dit boek zal bijdragen aan de basiskennis van het rekenen en aan een grotere vaardigheid in het rekenen, zoals dat op de basisschool maar ook in het leven van alledag een rol speelt. Om goed rekenonderwijs te kunnen geven moet je zelf in ieder geval de basisvaardigheden perfect beheersen.

Graag danken wij allen, die commentaar op opgaven en antwoorden hebben geleverd. Voor zover mogelijk zijn deze commentaren in deze druk verwerkt.

Ed de Moor

Willem Uittenbogaard

Sieb Kemme (eindredactie)

december 2012

Inhoud

Deel 1

Domein Getallen en rekenen 11

1 Getallen 12

- 1.1 Hoe maak je getallen? 12
- 1.2 Plus en min 14
- 1.3 Negatieve getallen 16
- 1.4 Deelbaarheid 18
- 1.5 Machten en wortels 20
- 1.6 Grote en kleine getallen 22

2 Rekenen 24

- 2.1 Handig optellen en aftrekken 24
- 2.2 Keer 26
- 2.3 Gedeeld door 28
- 2.4 Rekenen met negatief en positief 30
- 2.5 Volgorde van bewerkingen 32
- 2.6 Hoofdrekenen en de rekenmachine 34
- 2.7 Rekenen uit en mét het hoofd 36

3 Rekenvaria 38

- 3.1 Getallen en getalrelaties 38
- 3.2 Patronen en regelmaat 40

Deel 2

Domein Basisvaardigheden 43

4 Kolomsgewijs rekenen en cijferen 44

- 4.1 Optellen en aftrekken 44
- 4.2 Vermenigvuldigen 46
- 4.3 Delen 48
- 4.4 Delen en de rest 50
- 4.5 De rekenmachine gebruiken 52

5 Schattend rekenen 54

- 5.1 Afronden 54
- 5.2 Het hoeft niet altijd precies 56
- 5.3 Het kan niet altijd precies 58

Deel 3

Domein Breuken, procenten, verhoudingen en decimale getallen 61

6 Breuken 62

- 6.1 Handig rekenen met breuken 62
- 6.2 Breuken op de getallenlijn 64
- 6.3 Optellen en aftrekken 66
- 6.4 Vermenigvuldigen 68
- 6.5 Delen 70
- 6.6 Samenhang van kommagetallen en breuken 72
- 6.7 Ordenen 74

7 Verhoudingen 76

- 7.1 Wat zijn verhoudingen? 76
- 7.2 De verhoudingstabel 78
- 7.3 Vergelijken 80

8 Procenten 82

- 8.1 Wat zijn procenten? 82
- 8.2 Het geheel en het deel van 84
- 8.3 Percentage erbij en eraf 86
- 8.4 Pas op met procenten 88

Deel 4

Domein Meten en meetkunde 91

9 Meten 92

- 9.1 Meten en maten 92
- 9.2 Lengte en schaal 94
- 9.3 Oppervlakte en omtrek 96
- 9.4 Inhoud 98

9.5 Vergroten en verkleinen 100

9.6 Overige grootheden 102

10 Meetkunde 104

10.1 Oriënteren 104

10.2 Construeren 106

10.3 Werken met vormen en figuren 108

10.4 Omvormen en aanvullen 110

10.5 Formules voor oppervlakte en omtrek 112

10.6 Formules voor inhoud 114

10.7 Extra oefenen met meetkunde 116

Toepassingen 118

T1 Toepassingsrekenen 118

T2 Grafieken en diagrammen 120

T3 Formules maken en gebruiken 122

T4 Eenvoudige vergelijkingen 124

T5 Vergelijkingen met twee onbekenden 126

Extra oefenen 128

Doordenkers 137

Het metrieke stelsel 141

Referentiematen en hoeveelheden 144

Antwoorden 148

Over de auteurs 176

$$11 + 32 + 453 = 400 +$$

$$7,4 + 10,2 + 2,6 = 10 + 10,2 =$$

$$3,8 + 4,7 + 2,2 + 0,3 = 6 + 5 =$$

$$81 - 79 = 79 + \underbrace{1 + 1} = 81$$

mit konst ist 2

$$- 996 = 996 + \underbrace{4 + 4} = 1004$$

mit konst ist 8

$$= 88,65 + \underbrace{0,35 + 1} = 90$$

Deel 1

Domein Getallen en rekenen

1 Getallen

- 1.1 Hoe maak je getallen? 12
- 1.2 Plus en min 14
- 1.3 Negatieve getallen 16
- 1.4 Deelbaarheid 18
- 1.5 Machten en wortels 20
- 1.6 Grote en kleine getallen 22

2 Rekenen

- 2.1 Handig optellen en aftrekken 24
- 2.2 Keer 26
- 2.3 Gedeeld door 28
- 2.4 Rekenen met negatief en positief 30
- 2.5 Volgorde van bewerkingen 32
- 2.6 Hoofdrekenen en de rekenmachine 34
- 2.7 Rekenen uit en mét het hoofd 36

3 Rekenvaria

- 3.1 Getallen en getalrelaties 38
- 3.2 Patronen en regelmaat 40



1.1 Hoe maak je getallen?

Cijfers en getallen

De **cijfers** 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 zijn bouwstenen van **getallen**.

Getallen maak je door cijfers achter elkaar te zetten. In het getal 123 bijvoorbeeld, staat de 1 voor 100, de 2 voor 20 en de 3 voor 3, dat kun je ook schrijven als: $1 \times 100 + 2 \times 10 + 3 \times 1$.

100, 10, 1 zijn machten van 10. Getallen zijn dus opgebouwd uit cijfers en machten van 10. Ook de positie van het cijfer speelt een rol: hoe verder naar links, hoe groter de macht van 10. Dit heet het **tientallig stelsel**.

Voorbeeld 1

- $73.906 = 7 \times 10.000 + 3 \times 1000 + 9 \times 100 + 0 \times 10 + 6 \times 1$
- $5.306.701 = 5 \times 1.000.000 + 3 \times 100.000 + 0 \times 10.000 + 6 \times 1000 + 7 \times 100 + 0 \times 10 + 1 \times 1$

Kommagetallen

Voor getallen kleiner dan 1 gebruik je de **omgekeerde machten** van 10:

$\frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \dots$

De positie van het cijfer achter de komma bepaalt de waarde.

Voorbeeld 2

- $0,1 = 1 \times \frac{1}{10}$; $0,01 = 1 \times \frac{1}{100}$; $0,001 = 1 \times \frac{1}{1000}$
- $0,123 = 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{100} + 3 \times \frac{1}{1000}$
- $0,73906 = 7 \times \frac{1}{10} + 3 \times \frac{1}{100} + 9 \times \frac{1}{1000} + 0 \times \frac{1}{10.000} + 6 \times \frac{1}{100.000}$

Vermenigvuldigen en delen door 10

27,3 is 2 tientallen (**T**) en 7 eenheden (**E**) en 3 tienden (**t**). Als je 27,3 vermenigvuldigt met 10 krijg je 2 honderdtallen (**H**) en 7 tientallen en 3 eenheden: 273.

Alle cijfers schuiven dus één positie naar links.

Bij $27,3 : 10$ krijg je 2 eenheden, 7 tienden en 3 honderdsten (**h**), dus 2,73.

Alle cijfers schuiven één positie naar rechts.

$\begin{array}{c} \text{H T E, t h} \\ 27,3 \\ \swarrow \downarrow \searrow \\ \times 10 \quad 273 \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{H T E, t h} \\ 27,3 \\ \swarrow \downarrow \searrow \\ : 10 \quad 2,73 \end{array}$
---	---

Voorbeeld 3

$$123 \times 10 = 1230$$

$$123 \times 100 = 1230 \times 10 = 12.300$$

$$0,123 \times 100 = 12,3$$

$$73.906 : 10 = 7390,6$$

$$73.906 : 100 = 739,06$$

$$1,03 : 100 = 0,0103$$

Oefenen

- 1** **a** Splits 5089 in duizendtallen, honderdtallen enzovoort.
b Splits ook 50.890 508,9 50,89 en 5,089.
- 2** **a** Spreek 1134 uit; ook in het Engels.
b Welk essentieel verschil merk je op?
- 3** **a** Uit hoeveel cijfers bestaat het getal 320.698?
b Hoeveel eenheden, tientallen, honderdtallen, duizendtallen, ... bevat het?
c Verwissel de cijfers zó dat het getal zo groot mogelijk wordt.
d En daarna zó dat het zo klein mogelijk wordt.
- 4** Streep in het getal 51.790.128 drie cijfers door (je mag niet de volgorde van de cijfers veranderen) zodat:
a het overblijvende getal zo groot mogelijk is.
b het overblijvende getal zo klein mogelijk is.
- 5** **a** $23 \times 1000 =$ **b** $538 \times 100.000 =$ **c** $10.000 \times 10.000 =$
d $23 : 10 =$ **e** $23 : 100 =$ **f** $23 : 1000 =$
g $2,3 \times 100 =$ **h** $2,3 : 100 =$ **i** $0,023 : 10 =$
- 6** **a** Hoeveel hele getallen zijn er vanaf 1 tot 10, vanaf 10 tot 100, vanaf 100 tot 1000, ...?
b Wat is het grootste hele getal?
- 7** **a** Teken een getallenlijn (10 cm) van 0 tot 0,1 en teken daarop de punten die horen bij 0,02 0,09 0,05 en 0,01.
b Hoeveel getallen liggen er tussen 0 en 0,1?
c Is er een kleinste getal tussen 0 en 1?
- 8** De Romeinse cijfers zijn: I=1, V=5, X=10, L=50, C=100, D=500, M=1000. Ze schreven 4 als IV, 9 als IX en 90 als XC.
a Welk getal stelt MDCXLVIII voor?
b Schrijf 2009 op zijn Romeins.
c Wat is het grote verschil met ons systeem?

1.2 Plus en min

De **vier hoofdbewerkingen** zijn: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.

In de optelling $2+3$ heten de getallen 2 en 3 de **termen**.

Ook in een aftrekking van twee getallen noem je die getallen de termen.

5 is **de som** van 2 en 3. De **som** is de uitkomst van een optelling.

1 is **het verschil** van 3 en 2. Het **verschil** is de uitkomst van een aftrekking.

Optellen en aftrekken doe je in **volgorde**.

Optellen heeft dus geen voorrang boven aftrekken.

Een **bewerking tussen haakjes** moet je eerst doen.

Voorbeeld 1

- $27-17+35-45=10+35-45=45-45=0$
- $18-(15-11)=18-4=14$

Eigenschappen:

- De **verwisseleigenschap** voor optellen: bij optellen mag je de volgorde verwisselen.
Voor aftrekken geldt de verwisseleigenschap niet: $3-2 \neq 2-3$.
- De **schakeleigenschap** voor optellen: bij optellen van drie of meer getallen kun je kiezen welke optelling je eerst doet.
Voor aftrekken geldt de schakeleigenschap niet:
 $(8-4)-3 \neq 8-(4-3)$.

Voorbeeld 2

- $2+3=3+2$ (de verwisseleigenschap)
- $(2+3)+4=2+(3+4)$ (de schakeleigenschap)

Oefenen

- 1** Reken uit en schrijf elke tussenstap op:
a $112 - 21 - 19 + 41 =$ **c** $75,4 + 12,6 - 58 + 13,9 =$
b $51 - (12 + 15) + 7 =$
- 2** Reken uit en schrijf elke tussenstap op:
a $75,4 + 12,6 - (58 + 13,9) =$ **b** $99,9 - (20,9 - 1,2 + 12) =$
- 3** Reken uit en schrijf elke tussenstap op:
a $(1 + 1) - (1 + 1) - (1 + 1) =$
b $1 + (1 - 1) + (1 - 1) + 1 =$
c Verklaar het verschil in de uitkomsten van de vragen a en b.
- 4** Bedenk zelf een getallenvoorbeeld waaraan je kunt zien dat de verwisseleigenschap niet geldt voor aftrekken.
- 5** Bedenk zelf een getallenvoorbeeld waaraan je kunt zien dat de schakeleigenschap niet geldt voor aftrekken.
- 6** $57 + 8$ kun je als volgt uitrekenen:
 $57 + 8 = 57 + (3 + 5) = (57 + 3) + 5 = 60 + 5 = 65$
a Welke eigenschap is hier gebruikt?
b Hoe gebruik je die eigenschap bij $57 - 8$?

- 7** De bewerkingen kun je met formules aangeven.
De formule $a + b$ stelt een optelling voor van twee vrij te kiezen getallen a en b . In de volgende tabel kom je een aantal van deze formules tegen. Zet in de tabel welke eigenschap voor die formule geldt. Bedenk telkens goed van tevoren wat de formules voorstellen.

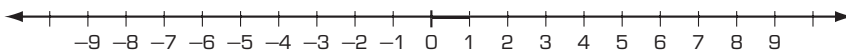
Formule	Verwisseleigenschap	Schakeleigenschap
$a + b$	ja	niet van toepassing
$a - b$		
$(a + b) + c$		
$(a + b) - c$		
$(a - b) - c$		
$(a - b) + c$		

1.3 Negatieve getallen

Voorbeelden

- Het vriest vijf graden. Je zegt dat de temperatuur -5 graden is.
- 50 euro negatief betekent: mijn saldo is -50 euro.
- In de ondergrondse parkeergarage gaat de lift tot verdieping -4 .
- Met $-6,74$ meter N.A.P. is de Zuiderplaspolder in Nieuwerkerk aan den IJssel officieel het laagste punt van Nederland.

Met de getallenlijn kun je de positieve en negatieve getallen in beeld brengen.



Het getal 0 is de scheiding tussen de positieve en de negatieve getallen. Rechts van de 0 staan de **positieve** getallen, links de **negatieve** getallen.

Voorbeelden

-9 °C is kouder dan -5 °C .

Etage -4 in de parkeergarage is lager dan etage -1 .

$-6,74$ meter N.A.P. is dieper dan $-1,25$ N.A.P.

Je kunt twee negatieve getallen in grootte met elkaar vergelijken.

Het rechter getal is **groter** dan het linker getal. En het linker getal is **kleiner** dan het rechter getal.

9 is dus groter dan 5. Maar -9 is kleiner dan -5 !

Daarvoor kun je de speciale tekens $<$ en $>$ gebruiken. Het teken $<$ betekent: “kleiner dan”. Je kunt dat onthouden door er de hoofdletter K (van Kleiner) van te maken $|<$. Het teken $>$ betekent “groter dan”.

Voorbeelden

Kijk goed op de getallenlijn waar de getallen staan.

$-9 < -5$ en $-5 > -9$; $-1 < 1$ en $1 > -1$; $-0,5 < 0,1$ en $0,1 > -0,5$.

Een **tegoed** van € 90,- heft een **schuld** van € 90,- op: $(+90) + (-90) = 0$
 $+90$ heet het **tegengestelde** van -90 en -90 heet het **tegengestelde** van $+90$. Je schrijft: $-90 + 90 = 0$.

De som van een negatief getal en zijn tegengestelde is 0: $g + (-g) = 0$.

Oefenen

- 1** a $100 - 200 + 300 - 400 =$
b $10,5 - 21 + 31,5 - 42 =$
c $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100 =$
- 2** Vul $<$ of $>$ in:
a $-5 \dots 5$ c $0 \dots -10$ e $1,25 \dots 0,25$ g $-\frac{1}{3} \dots -\frac{1}{4}$
b $5 \dots -5$ d $-8 \dots 13$ f $-1,25 \dots -2,75$ h $-10.000 \dots -100$
- 3** Vul $<$ of $>$ in:
a $3,5 \dots 3,7$ c $-\frac{31}{4} \dots -3,5$ e $-1,2 \dots -0,8$ g $-0,1 \dots 0$
b $-3,5 \dots -3,7$ d $-1031 \dots -1030,5$ f $-2 \dots -20$ h $0 \dots -0,1$
- 4** Meneer Slim moet van de getallen 7, 9, 9, 5, 8, 6, 5 het gemiddelde uitrekenen. Hij denkt dat het ongeveer 7 moet zijn. Hij schrijft de afwijkingen van 7 op: 0, +2, +2, -2, +1, -1, -2.
a Bereken de som van deze afwijkingen.
b Hoe ver zit meneer Slim eraan?
- 5** a Mariska staat € 31,25 rood. Zij krijgt haar salaris en staat dan op € 1637,95. Hoeveel is dat salaris?
b Kees heeft op zijn bankrekening een saldo van € 39. Hij pint € 20 en ontvangt zijn salaris van € 43 als krantenbezorger. Ook betaalt hij nog een telefoonrekening van € 22. Hoeveel is zijn saldo nu?
- 6** Welke hele getallen kun je op de stippeltjes invullen: $-7,1 < \dots < 10$?
- 7** a In de nacht van 3 op 4 maart was de laagste temperatuur gemeten in Nederland $-20,7^\circ\text{C}$. Op woensdag 16 maart was het 's middags $19,3^\circ\text{C}$. Hoeveel graden was het toen warmer?
b Op 27 januari was de maximumtemperatuur in Friesland $-1,1^\circ\text{C}$, de minimumtemperatuur was die dag $6,9^\circ\text{C}$ kouder. Hoe koud was het op het koudste moment?
c Straalvliegtuigen vliegen doorgaans op een hoogte van 10 km. Het is daar 55°C onder nul. Als het in Amsterdam op de grond 20°C boven nul is, hoe groot is dan de temperatuurdaling per 100 meter hoogteverschil?

1.4 Deelbaarheid

Een geheel getal schrijven als een vermenigvuldiging van andere gehele getallen heet **ontbinden in factoren**.

De factoren heten de **delers** van dat getal.

Een **priemgetal** is een getal dat precies twee verschillende delers heeft: 1 en zichzelf.

Je kunt een geheel getal altijd ontbinden tot er alleen maar **priemfactoren** staan.

Ontbinden van een getal kan heel handig zijn bij het hoofdrekenen.

Voorbeeld 1

Priemgetallen: 2 3 5 7 11 13 17.....

$$58 = 2 \times 29$$

$$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

Kenmerken van deelbaarheid

Een getal is deelbaar door:

- 2 als het getal even is;
- 3 als de som van de cijfers deelbaar is door 3;
- 4 als de laatste twee cijfers een viervoud zijn;
- 5 als het getal eindigt op een 0 of een 5;
- 6 als het getal deelbaar is door 2 én door 3;
- 9 als de som van de cijfers deelbaar is door 9.

Voorbeeld 2

867 is deelbaar door 3 omdat $8 + 6 + 7 = 21 = 3 \times 7$.

876 is deelbaar door 6 want het is deelbaar door 2 en 3.

62.541 is deelbaar door 9 want $6 + 2 + 5 + 4 + 1 = 18 = 2 \times 9$.

Delen door nul????

$18 : 6 = 3$ omdat $3 \times 6 = 18$.

Hoe gaat dit als de deler 0 is? Welke waarde heeft $1 : 0$?

Of anders gezegd, welk getal moet je op de stip zetten zodat $0 \times \bullet = 1$?

Wat je ook op de stip zet, altijd geldt dat $\bullet \times 0 = 0$.

Dus delen door 0 gaat niet.

Oefenen

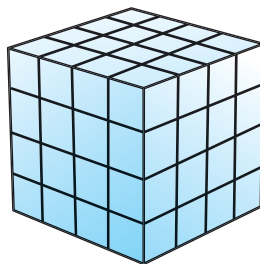
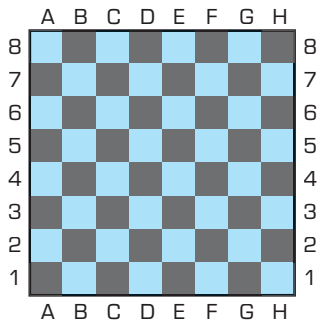
- Welke van de volgende getallen zijn deelbaar door 2, door 3, door 4, door 5, door 9, door 10?
435 786 1053 100 169 548 196 900.918 303.030 12.345 103
- Welke van deze getallen zijn priemgetallen?
17 41 49 57 59 2 81 93 101 117 119 151 153
 - Ontbind de volgende getallen in priemfactoren: 24 25 26 27 28 29 en 30.
 - Bepaal alle delers van 90 en van 84.
 - Welke delers hebben ze gemeenschappelijk?
- Bepaal de resten van de volgende delingen:
231:2 4016:3 126:4 1753:5 12.345:9 769:7
- Van welke twee getallen is het product 147 en het quotiënt 3?
- Bepaal het kleinste getal dat deelbaar is door 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 en 9.
- Zet in $42?98$ een cijfer op de plaats van het vraagteken zodat het getal deelbaar is door 6.
- De eerste vier negenvouden zijn 9, 18, 27, 36.
 - Schrijf de volgende zes negenvouden op.
 - Hoe zie je hierin het deelbaarheidskenmerk van 9 terug?
- Omcirkel in het honderdveld 2 en streep daarna alle tweevouden door. Omcirkel daarna 3 en streep alle drievouden door. Ga zo door. Waarom houd je zo alle priemgetallen beneden 100 over?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1.5 Machten en wortels

Voorbeelden

Een schaakbord is 8 vakjes breed en 8 vakjes hoog. In totaal heeft het bord $8 \times 8 = 64$ vakjes. 8×8 schrijf je als 8^2 . Je zegt: “acht kwadraat” of “acht tot de macht 2”.



De kubus is 4 blokjes breed, 4 blokjes diep en 4 blokjes hoog. De kubus bestaat uit $4 \times 4 \times 4 = 64$ blokjes. $4 \times 4 \times 4$ schrijf je als 4^3 . Je zegt: “vier tot de derde” of “vier tot de macht 3”.

$$2^{10} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 1024 \approx 10 \times 10 \times 10 = 10^3.$$

$$4,5 \text{ Mb} = 4,5 \text{ miljoen bytes} = 4,5 \times 1.000.000 \text{ bytes} = 4,5 \times 10^6 \text{ bytes}.$$

Bij **machtsverheffen** vermenigvuldig je een getal een aantal keren met zichzelf.

Bij 7^{12} wordt het getal 7 twaalf keer met zichzelf vermenigvuldigd. 7 is het **grondtal** en 12 is de **macht** of de **exponent**.

Het omgekeerde van machtsverheffen is **worteltrekken**.

Voorbeelden

$8 = 2^3$. Je schrijft 8 als een derde macht van 2. Je zegt: “2 is de derdemachtswortel van 8”.

Je schrijft: $2 = \sqrt[3]{8}$.

$5 = \sqrt[2]{25}$ want je kunt 25 schrijven als tweede macht van 5: $5^2 = 25$.

$2 = \sqrt[10]{1024}$ want je kunt 1024 schrijven als tiende macht van 2: $2^{10} = 1024$.

Bij de tweedemachtswortel laat je de 2 in het wortelteken meestal weg.

De $\sqrt{\quad}$ -knop op je rekenmachine is voor het uitrekenen van een tweedemachtswortel.

Op een eenvoudige rekenmachine kun je meestal geen hogere machtswortels uitrekenen.

Oefenen

- 1** a $4^4 =$ b $3^3 =$ c $10^3 =$ d $10^{10} =$
- 2** Vul $<$, $>$ of $=$ in:
a $10^2 \dots 2^{10}$ c $3^4 \dots 4^3$
b $2^4 \dots 4^2$ d $100^2 \dots 2^{100}$
- 3** a $\sqrt{49} =$ c $\sqrt{10.000} =$
b $\sqrt{121} =$ d $\sqrt{1.000.000} =$
- 4** Vul in $<$, $>$ of $=$. Gebruik eventueel een rekenmachientje.
a $\sqrt{4} \dots 2\sqrt{2}$ c $\sqrt{1000} \dots 10\sqrt{10}$
b $b \sqrt{100} \dots 10\sqrt{1}$ d $36\sqrt{4} \dots 4\sqrt{36}$
- 5** a $2^4 + 4^2 =$ c $2^4 : 4^2 =$
b $2^4 \times 4^2 =$ d $10^3 - 10^2 =$
- 6** a $2\sqrt{4} - 4\sqrt{1} =$ c $10\sqrt{100} - 100\sqrt{1} =$
b $4\sqrt{4} - 3\sqrt{4} =$ d $10\sqrt{2500} - 25\sqrt{100} =$
- 7** a $\left(\frac{1}{2}\right)^3 =$ c $\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$
b $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$ d $\left(\frac{9}{10}\right)^2$
- 8** a $0,5^2 =$ c $1,1^2 =$
b $0,2^3 =$ d $0,01^2 =$
- 9** a $\sqrt{\frac{1}{4}} =$ c $\sqrt{\frac{64}{81}} =$
b $\sqrt{\frac{9}{100}} =$ d $\sqrt{\frac{1}{1.000.000}} =$
- 10** a $\sqrt{0,04} =$ c $\sqrt{6,25} =$
b $\sqrt{2,25} =$ d $\sqrt{0,81} =$
- 11** a $\sqrt[3]{8} =$ c $\sqrt[3]{0,125} =$
b $\sqrt[3]{27} =$ d $\sqrt[3]{1331} =$
- 12** Een kubusvormig bakje heeft een inhoud van 3.375 cm^3 . Hoe lang is de ribbe?

1.6 Grote en kleine getallen

Voorbeelden van grote getallen

De afstand naar de zon is ongeveer 150 miljoen kilometer = 150.000.000 kilometer = $1,5 \times 10^8$ km. Deze afstand wordt een **astronomische eenheid** [AE] genoemd.

De afstand tot de dichtstbijzijnde ster *Proxima Centauri* is ongeveer 286.000 AE. Voor afstanden tussen de sterren is de AE een te kleine maat. Sterrenkundigen bedachten een nieuwe maat: het **lichtjaar**. Dat is de afstand die licht in één jaar aflegt. Met een lichtsnelheid van 300.000 km/sec. is dat $300.000 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 \approx 9,5 \times 10^{12}$ km. Een lichtjaar is ongeveer gelijk aan 63.241 AE.

Voorbeelden van kleine getallen

1 mm = $\frac{1}{10}$ cm. Dit wordt vaak geschreven als $1 \text{ mm} = 10^{-1}$ cm.

Op dezelfde manier schrijf je $1 \text{ cm} = \frac{1}{100}$ meter = $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ meter = 10^{-2} meter.

Een duizendste deel van een millimeter is ongeveer de afmeting van het kleinste deeltje dat nog onder een lichtmicroscop kan worden waargenomen. Een duizendste van een millimeter wordt een micrometer [μ] genoemd. $1 \mu = \frac{1}{1000}$ mm = $\frac{1}{10} \times \frac{1}{10} \times \frac{1}{10}$ mm = 10^{-3} mm.

Je schrijft: $1 \mu = 10^{-3}$ mm = 10^{-6} m.

Een **nanometer** [nm] is gelijk aan 10^{-9} meter, dus 0,000 000 001 meter of een miljardste meter. $1 \text{ nm} = 10^{-3} \mu = 10^{-6}$ mm.

Voor zeer grote en zeer kleine getallen wordt vaak de **wetenschappelijke notatie** gebruikt.

Je schrijft een getal als $a \times 10^n$, waarbij a een getal tussen 1 en 10 is. Voorbeelden: $2.300.000 = 2,3 \times 10^6$; $0,0002 = 2 \times 10^{-4}$.

De betere rekenmachines gebruiken deze notatie ook voor grote en kleine getallen. Staat er in het venster van de machine 3,5 E -5 dan wordt bedoeld: $3,5 \times 10^{-5} = 3,5 : 100.000 = 0,000035$.

Voorbeelden

Op zaterdag 23 juni 2012 om 12:35 uur telde Nederland 16.740.264 inwoners (bron: CBS). Dat zijn er ongeveer $16,7 \times 10^6$ of $1,67 \times 10^7$. Op een rekenmachine 1,67E7 of 1,67e+7.

Oefenen

- 1** Twee voorbeelden van omzetting naar wetenschappelijke notatie, afgerond op 2 decimalen nauwkeurig: $68.734.800 = 6,87 \times 10^7$ en $0,000555555 = 5,56 \times 10^{-4}$. Doe hetzelfde met:
- a** 65.375.000 **b** 0,0000000017775
- 2** Twee voorbeelden van omzetting van wetenschappelijke notatie naar gewone notatie: $1,45 \times 10^{-3} = 0,00145$ en $2,267 \times 10^{11} = 226.700.000.000$. Doe hetzelfde met:
- a** $6,201 \times 10^7 =$ **b** $4,56 \times 10^{-4} =$
- 3** Rekenen met grote en kleine getallen:
- a** $5 \times 10^5 + 4 \times 10^4 =$ **d** $5 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-4} =$
b $5 \times 10^{-5} + 4 \times 10^{-4} =$ **e** $5 \times 10^5 : 4 \times 10^4 =$
c $5 \times 10^5 \times 4 \times 10^4 =$ **f** $(5 \times 10^{-5}) : (4 \times 10^{-4}) =$
- 4** Sirius is de helderste ster aan onze hemel. De afstand tot Sirius is ongeveer 8,5 lichtjaar. Dat wil zeggen dat het licht van Sirius er 8,5 jaar over doet om ons te bereiken. Hoeveel km is Sirius bij ons vandaan? Schrijf het ook in wetenschappelijke notatie.
- 5** De staatsschuld bedroeg in augustus 2012 ruim 405 miljard euro. Ondanks allerlei aangekondigde bezuinigingen steeg de schuld met 810 euro per seconde.
- a** Hoelang duurde het voordat de schuld een miljoen hoger was?
b En hoelang voordat er een miljard bijkwam?
c Hoeveel bedroeg de schuld per inwoner (16,7 miljoen inwoners)?
d De helft van de Nederlanders is werkzaam en heeft dus inkomen. Hoeveel is de staatsschuld per werkzame inwoner?
e Een munt van 1 euro is 2,2 mm dik aan de rand. Hoe hoog is een stapel van 405 miljard euro?
- 6** Volwassen mensen hebben tussen de 100.000 en 150.000 haren op hun hoofd. Onze haren groeien ongeveer 0,3 mm per dag. Hoeveel groeit je haar in een jaar?